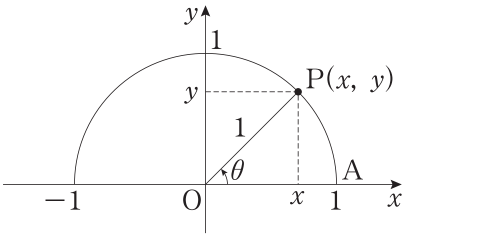
PART2 単位円を用いた三角比の定義

要点① 単位円と三角比

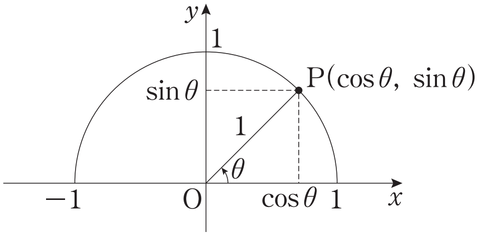
右の図のように，原点 O を中心とする半径　の半円をかき，この半円と x 軸の正の部分との交点を A とする。



この半円周上に $\angle \mathrm{AOP}=\theta$ となる点 P をとり，点 P の座標を $(x,\ y)$ とする。

拡張した三角比の定義により

$\sin\theta=$ ―　，$\cos\theta=$ ―　，$\tan\theta=$ ―



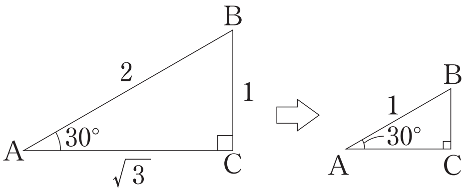
となり

正弦の値は点 P の　座標

余弦の値は点 P の　座標

と一致する。

原点を中心とする半径 1 の円を「 単位円 」という。



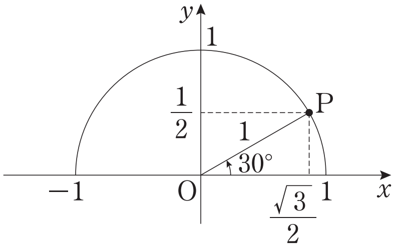
30° の正弦および余弦の値を単位円で考える。

$\angle \mathrm{A}=30^\circ$，$\angle \mathrm{C}=90^\circ$ の直角三角形 ABC において

$\mathrm{AB}=2$ のとき　$\mathrm{BC}=1$，$\mathrm{AC}=\sqrt{3}$

$\mathrm{AB}=1$ のとき　$\mathrm{BC}=$　，$\mathrm{AC}=$

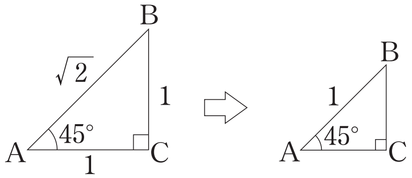
である。よって，単位円を用いると

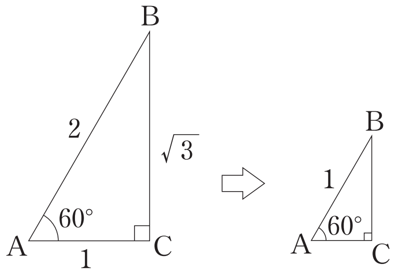


$\sin 30^\circ=$　，$\cos 30^\circ=$

である。

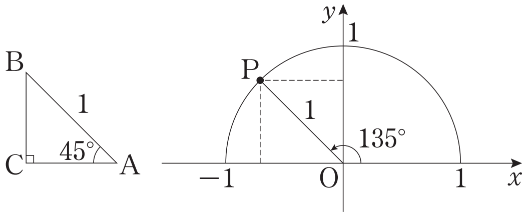
同様に，$\angle \mathrm{A}=45^\circ$，$\angle \mathrm{A}=60^\circ$ の直角三角形を用いることにより，単位円周上の点 P の座標を用いて三角比の値を求めることができる。





例　$\sin 135^\circ$，$\cos 135^\circ$ の値を，単位円を用いて求める。

右図より

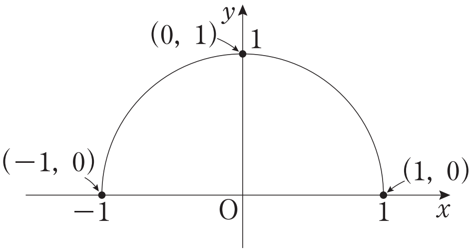


$\sin 135^\circ =$

$\cos 135^\circ =$

要点② 0°，90°，180° の三角比，三角比の値の範囲

0°，90°，180° の三角比は，右図において点 P の座標がそれぞれ $(1,\ 0)$，$(0,\ 1)$，$(-1,\ 0)$ のときを考えて，以下となる。

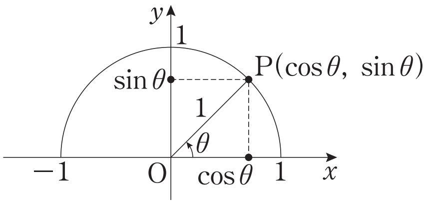


$\sin 0^\circ =$　，$\cos 0^\circ =$　，$\tan 0^\circ = \frac{\quad}{\quad}$

$\sin 90^\circ =$　，$\cos 90^\circ =$　，$\tan 90^\circ$

$\sin 180^\circ =$　，$\cos 180^\circ =$　　，$\tan 180^\circ = \frac{\quad}{\quad}$

$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，正弦および余弦のとり得る値の範囲は

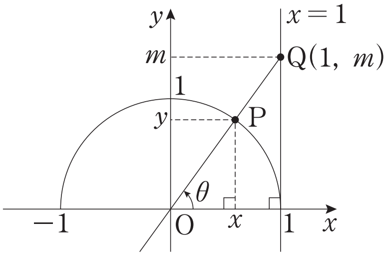


$\quad \leqq \sin\theta \leqq \quad$，　　$\quad \leqq \cos\theta \leqq \quad$

である。

正接のとり得る値の範囲について考える。

$\theta \neq 90^\circ$ のとき，右図のように直線 OP と直線 $x=1$ の交点を $\mathrm{Q}(1,\quad)$ とすると



$\tan\theta = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

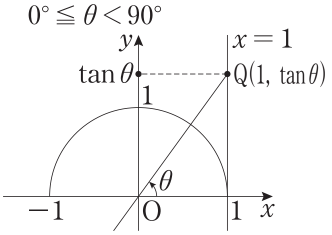
となり，正接の値は点 Q の y 座標と一致する。

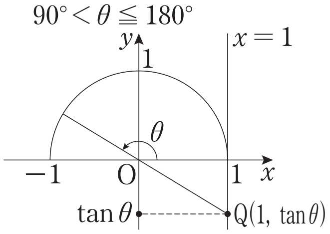
よって

$0^\circ \leqq \theta < 90^\circ$ のとき　$\tan\theta \geqq 0$

$90^\circ < \theta \leqq 180^\circ$ のとき　$\tan\theta \leqq 0$

であるから，$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$，$\theta \neq 90^\circ$ のとき，$\tan\theta$ のとり得る値の範囲は





である。

2 次の三角比の値を，単位円を用いて求めよ。

(1) $\sin 150^\circ$，$\cos 150^\circ$

(2) $\sin 45^\circ$，$\cos 45^\circ$

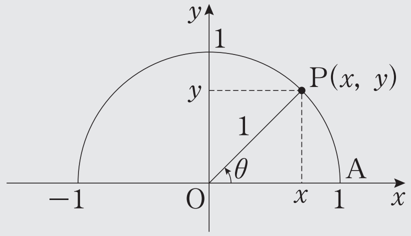
(3) $\sin 120^\circ$，$\cos 120^\circ$

Point Pickup

単位円と三角比

右図のように，原点 O を中心とする半径 1 の円(単位円)の円周上の点 P の座標を P(x, y)，$\angle AOP = \theta$ とすると

$\sin\theta =$ 　，$\cos\theta =$ 　，$\tan\theta = \dfrac{y}{x}$

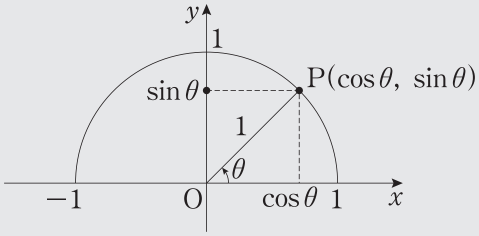


つまり

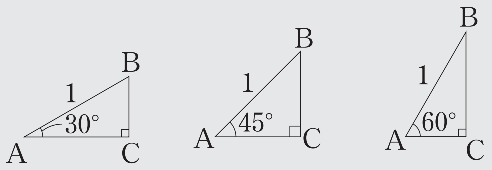
$\cos\theta =$ (点 P の　座標)，

$\sin\theta =$ (点 P の　座標)

である。



斜辺が 1 の直角三角形(右図)を用いて点 P の座標を考えることにより，単位円を用いて三角比を求めることができる。

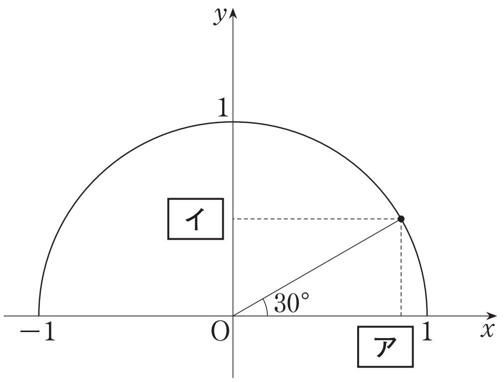


第12講　PART2 確認問題

次の三角比の値を，単位円を用いて求めよ。

ただし，［ア］～［シ］は，下の①～⑥のうちから選べ。

1

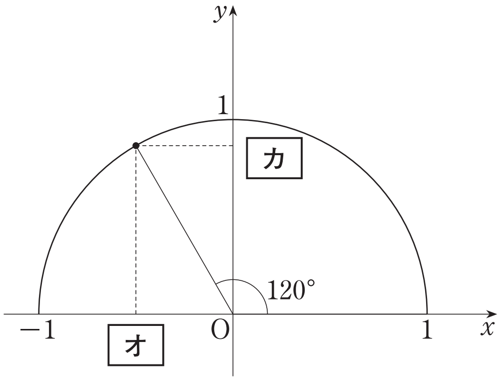


$\sin 30^\circ =$［ウ］，$\cos 30^\circ =$［エ］

① $\dfrac{1}{2}$　② $\sqrt{3}$　③ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

④ $-\dfrac{1}{2}$　⑤ $-\sqrt{3}$　⑥ $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

2

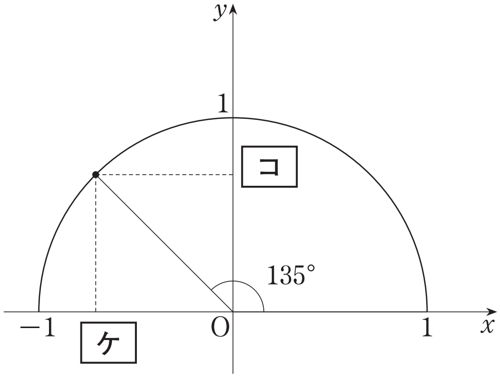


$\sin 120^\circ =$［キ］，$\cos 120^\circ =$［ク］

① $\dfrac{1}{2}$　② $\sqrt{3}$　③ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

④ $-\dfrac{1}{2}$　⑤ $-\sqrt{3}$　⑥ $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

3



$\sin 135^\circ =$ サ ， $\cos 135^\circ =$ シ

① $\dfrac{1}{2}$　② $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　③ $\sqrt{2}$

④ $-\dfrac{1}{2}$　⑤ $-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　⑥ $-\sqrt{2}$

[MEMO]

PART2 単位円を用いた三角比の定義

2 次の三角比の値を，単位円を用いて求めよ。

(1) $\sin 150^\circ$，$\cos 150^\circ$

(2) $\sin 45^\circ$，$\cos 45^\circ$

(3) $\sin 120^\circ$，$\cos 120^\circ$

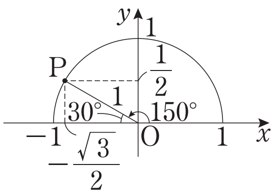
[解答]

(1) ＜図１＞より　$\sin 150^\circ = \dfrac{1}{2}$，$\cos 150^\circ = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

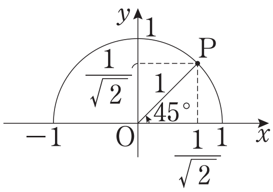
(2) ＜図２＞より　$\sin 45^\circ = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$，$\cos 45^\circ = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

(3) ＜図３＞より　$\sin 120^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\cos 120^\circ = -\dfrac{1}{2}$

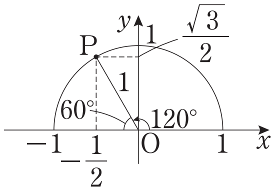
＜図１＞



＜図２＞



＜図３＞

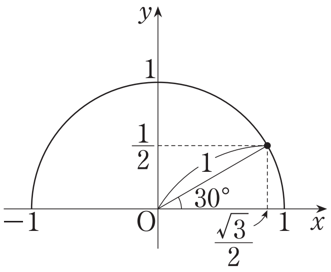


第12講　PART2 確認問題 解答

1

[正解] ア：③，イ：①，ウ：①，エ：③

[解説]

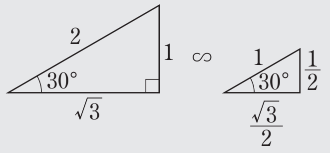


[A]

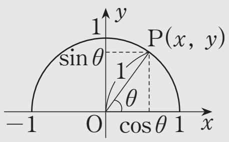
$\sin 30^\circ = \dfrac{1}{2}$ [B]

$\cos 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

[A]　直角三角形の辺の比を利用する。



[B]

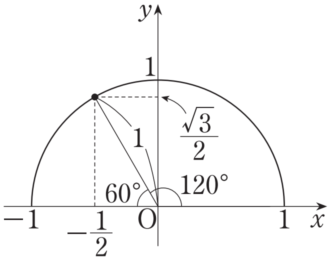


$\sin\theta = y,\ \cos\theta = x,\ \tan\theta = \dfrac{y}{x}$

2

[正解] オ：④，カ：③，キ：③，ク：④

[解説]

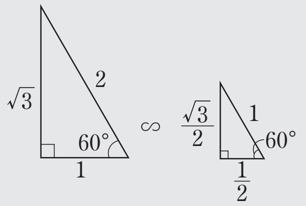


[C]

$\sin 120^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

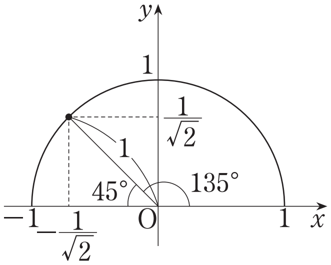
$\cos 120^\circ = -\dfrac{1}{2}$

[C]　直角三角形の辺の比を利用する。



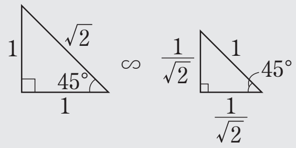
3 **[正解]** ケ：⑤，コ：②，サ：②，シ：⑤

[解説]



[D]

$$\sin 135^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos 135^\circ = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

[D]　直角三角形の辺の比を利用する。